کنترل فرآیندها

۱ ـ تبدیل لاپلاس تابع زیر کدام است؟

$$C(t) = u(t-۳)\left[۱-e^{\frac{-(t-۳)}{۴}}\right]$$

۱) $\frac{۱}{s(۴s+۱)}$

۲) $\frac{e^{-۳s}}{s(۴s+۱)}$

۳) $\frac{e^{۳s}}{s(۴s+۱)}$

۴) $\frac{۱}{s(۴s-۱)}$

۲ ـ پاسخ متغیر خروجی $y(t)$ در برابر تابع پله‌ای واحد برای معادله دیفرانسیل زیر کدام است؟ (شرایط اولیه در حالت پایا باشد.) $(y(\circ)=\circ)$

$$a_۲\frac{d^۲y(t)}{dt^۲}+a_۱\frac{dy(t)}{dt}+a_\circ y(t)=bx(t)$$

$$a_\circ=۱\ ,\ a_۱=۱\circ\ ,\ a_۲=۹\ ,\ b=۲$$

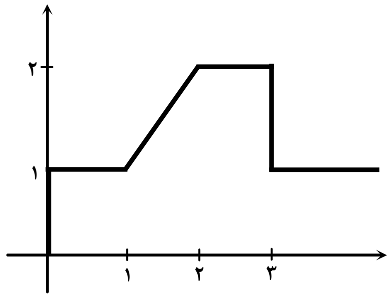
۱) $y(t)=-۲/۲۵e^{-\frac{t}{۹}}+\circ/۲۵e^{-t}+۲u(t)$

۲) $y(t)=(-\frac{۲}{۳}t-۲)e^{-\frac{t}{۳}}+۲u(t)$

۳) $y(t)=-۲/۲۵e^{\frac{t}{۹}}+\circ/۲۵e^{t}-۲u(t)$

۴) $y(t)=(-\frac{۲}{۳}t-۲)e^{\frac{t}{۳}}-۲u(t)$

۳ ـ تبدیل لاپلاس شکل مقابل، کدام‌یک از گزینه‌های زیر می‌باشد؟



۱) $\frac{۱-e^{-۳s}}{s^۲}+\frac{e^{-s}+e^{-۲s}}{s}$

۲) $\frac{۱-e^{-۳s}}{s}+\frac{e^{-s}+e^{-۲s}}{s^۲}$

۳) $\frac{۱-e^{-۳s}}{s^۲}+\frac{e^{-s}-e^{-۲s}}{s}$

۴) $\frac{۱-e^{-۳s}}{s}+\frac{e^{-s}-e^{-۲s}}{s^۲}$

۴ ـ جواب معادله زیر کدام است؟

$$\int_{۰}^{t} y(\tau)d\tau = \frac{dy(t)}{dt}\ ;\ y(۰)=۱$$

$$L\left\{\frac{S}{S^{۲}-a^{۲}}\right\}=\cosh(at)$$

$$L\left\{\frac{a}{S^{۲}-a^{۲}}\right\}=\sinh(at)$$

۱) $\cosh t$

۲) $\sinh t$

۳) $t\cosh(۲t)$

۴) $t\sinh(۲t)$

۵ ـ فرآیندی با تابع تبدیل نامشخص، یک ورودی پالس (ضربه) به آن اعمال می‌شود. خروجی فرآیند با دقت بالایی اندازه‌گیری شده است و با تابع $y(t)=te^{-t}$ نمایانگر پاسخ می‌باشد. تابع تبدیل فرآیند برابر کدام گزینه است؟

۱) $\frac{s}{(s+۱)^{۴}}$　　۲) $\frac{۱}{(s+۱)^{۲}}$　　۳) $\frac{-s}{(s+۱)^{۴}}$　　۴) $\frac{-۱}{(s+۱)^{۲}}$

۶ ـ کدام‌یک از گزینه‌های زیر در مورد رفتار پاسخ سیستم صحیح <u>نمی‌باشد</u>؟

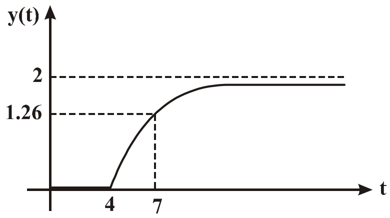
۱) اگر ریشه‌های تابع تبدیل فرآیند دارای جزء حقیقی مثبت، منفی و یا صفر باشد تغییرات دامنه آن به ترتیب غیر میرا، میرا و با دامنه ثابت خواهد بود.

۲) اگر ریشه‌های تابع تبدیل فرآیند دارای جزء موهومی باشد رفتار نوسانی خواهد داشت و در غیر این صورت فاقد نوسان است.

۳) قرار گرفتن ریشه معادله مشخصه سیستم در سمت راست محور موهومی، موجب غیر میرا شدن آن می‌شود.

۴) قرار گرفتن ریشه‌های معادله مشخصه فرآیند بر محور موهومی، پاسخ با دامنه ثابت برحسب زمان نوسان می‌کند و اگر ریشه‌ها تکراری باشد دامنه نوسان به صورت یک سری توانی با زمان کاهش می‌یابد.

۷ ـ پاسخ یک سیستم به ورودی پله‌ای واحد به صورت شکل مقابل است؛ تابع انتقال این سیستم به چه صورت است؟



۱) $\frac{y(s)}{x(s)}=\frac{e^{-۴s}}{۳s+۱}$　　۲) $\frac{y(s)}{x(s)}=\frac{e^{-۴s}}{۷s+۱}$

۳) $\frac{y(s)}{x(s)}=\frac{e^{-۷s}}{۳s+۱}$　　۴) $\frac{y(s)}{x(s)}=\frac{e^{-۷s}}{۴s+۱}$

۸ ـ تابع تبدیل یک سیستم به صورت $G(s)=\frac{۶}{(۳s+۲)}$ می‌باشد. مقدار تغییر در خروجی سیستم برای یک تغییر پله‌ای به اندازه ۴ واحد در ورودی به سیستم برابر با کدام گزینه است؟

۱) ۶　　۲) ۹　　۳) ۱۲　　۴) ۱۸

۹ ـ مقدار نهایی تابع $F(s)=\frac{s^{۲}+۴}{s^{۳}+۳s^{۲}+s}$ کدام‌یک از مقادیر می‌باشد؟

۱) صفر　　۲) -۴　　۳) -۲　　۴) ۴

۱۰ ـ یک ورودی سینوسی به شکل $X(t)=۲\sin(t)$ اگر به یک سیستم درجه اول با ثابت زمانی ۱ قرار گیرد، خروجی این سیستم پس از گذشت زمان طولانی چقدر خواهد شد؟

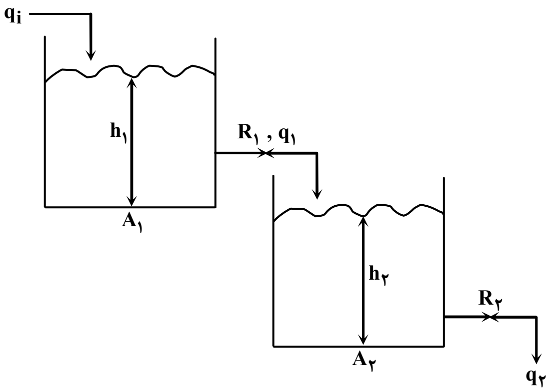
۱) $y(t)=\sqrt{۲}\cos(t-\frac{\pi}{۴})$　　۲) $y(t)=\sqrt{۲}\sin(t-\frac{\pi}{۴})$　　۳) $y(t)=\frac{۱}{\sqrt{۲}}\cos(t+\frac{\pi}{۳})$　　۴) $y(t)=\sqrt{۲}\sin(t-\frac{\pi}{۳})$

۱۱ ـ معادله پایین بیانگر معادله آرینوسی است که، وابستگی ضرایب سرعت واکنش شیمیایی به دما را نشان می‌دهد. برای واکنشی با ضریب $k(\bar{T})=۱۰۰S^{-۱}$ و انرژی فعالیت $E=۲۲۰۰۰\frac{kcal}{kmol}$، رابطه خطی معادله آرینوس حول نقطه $\bar{T}=۲۲۷^{\circ}C$ کدام است؟ (ثابت قانون گازهای ایده‌آل $R=۲\frac{Cal}{kmol.K}$ و معادله آرینوسی $k[T(t)]=k_{۰}e^{-\frac{E}{RT(t)}}$)

۱) $k=۱۰۰+۲۲۰۰[T-۲۲۷]$　　۲) $k=۱۰۰+۴/۴[T-۲۲۷]$

۳) $k=۱۰۰-۲۲۰۰[T+۲۲۷]$　　۴) $k=۱۰۰-۴/۴[T+۲۲۷]$

۱۲ـ سیستم غیر تداخلی سطح مایع مطابق شکل پایین است. نسبت $\frac{H_۲(s)}{H_۱(s)}$ کدام عبارت است؟ ($\tau_۱$ و $\tau_۲$ ثابت زمانی دو تانک هستند و $R_۱$ و $R_۲$ مقاومت‌های شیر هستند. $A_۱$ و $A_۲$ هم سطح تانک‌ها می‌باشند و $q_۱$ و $q_۲$ دبی جریان‌ها می‌باشند.)



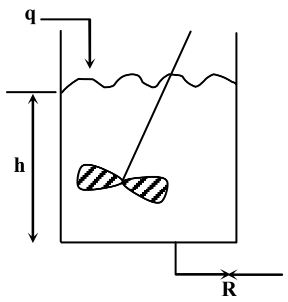
۱) $\frac{H_۲(s)}{H_۱(s)}=\frac{۱}{\tau_۱\tau_۲s^۲+(\tau_۱+\tau_۲)s+۱}$

۲) $\frac{H_۲(s)}{H_۱(s)}=\frac{R_۲}{\tau_۱\tau_۲s^۲+(\tau_۱+\tau_۲)s+۱}$

۳) $\frac{H_۲(s)}{H_۱(s)}=\frac{\frac{R_۲}{R_۱}}{\tau_۱\tau_۲s^۲+(\tau_۱+\tau_۲)s+۱}$

۴) $\frac{H_۲(s)}{H_۱(s)}=\frac{R_۱}{\tau_۱\tau_۲s^۲+(\tau_۱+\tau_۲)s+۱}$

۱۳ـ مطابق شکل زیر اگر ثابت زمانی برابر ۶۰sec و دبی حجمی سیالی که وارد مخزن سطح مایع می‌شود برابر با $۴\frac{m^۳}{min}$ باشد؛ اگر در لحظه $t=۰sec$ دبی حجمی به طور ناگهانی $۱۴\frac{m^۳}{min}$ شود و بعد سپری شدن ۰/۲ دقیقه به مقدار اولیه‌اش باز گردد، $H(s)$ چقدر است؟ (شیر هم‌خطی با مقاومت R است.)



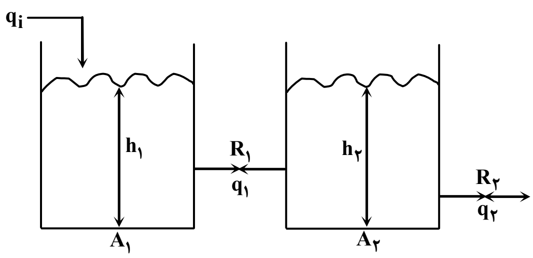
۱) $H(s)=\frac{۱۰R}{s+۱}\left[\frac{۱}{s}-\frac{e^{-۰/۲s}}{s}\right]$

۲) $H(s)=۱۰R(s+۱)(\frac{۱}{s}-\frac{e^{-۰/۲s}}{s+۱})$

۳) $H(s)=۱۰R(s+۱)$

۴) $H(s)=\frac{۱}{s}-\frac{e^{-۰/۲s}}{s+۱}$

۱۴ـ در یک سیستم تداخلی مطابق شکل زیر نسبت $\frac{H_۲(s)}{Q_i(s)}$ کدام‌یک از گزینه‌های زیر می‌باشد؟



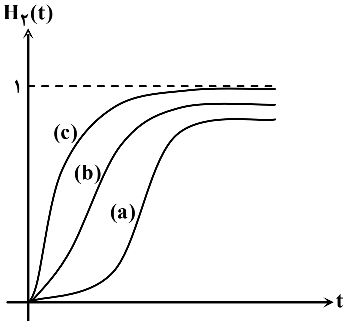
۱) $\frac{R_۱}{\tau_۱\tau_۲s^۲+(\tau_۱+\tau_۲+A_۱R_۲)s+۱}$

۲) $\frac{R_۲}{\tau_۱\tau_۲s^۲+(\tau_۱+\tau_۲+A_۱R_۲)s+۱}$

۳) $\frac{R_۱}{\tau_۱\tau_۲s^۲+(\tau_۱+\tau_۲+A_۲R_۱)s+۱}$

۴) $\frac{R_۲}{(\tau_۱s+۱)(\tau_۲s+۱)}$

۱۵ ــ مطابق شکل زیر، کدام‌یک از گزینه‌ها پاسخ یک سیستم به یک ورودی پله‌ای را به طور صحیح بیان می‌کند؟



۱) a (درجه دوم متوالی تداخلی)، b (درجه اول متوالی غیر تداخلی)، c (درجه اول)

۲) a (درجه دوم متوالی غیرتداخلی)، b (درجه اول متوالی غیرتداخلی)، c (درجه اول متوالی تداخلی)

۳) a (درجه اول متوالی غیر تداخلی)، b (درجه دوم متوالی غیر تداخلی)، c (درجه اول)

۴) a (درجه اول متوالی غیر تداخلی)، b (درجه اول)، c (درجه دوم متوالی تداخلی)

کنترل فرآیندها

۱ ـ گزینه «۲»

جمله $u(t-3)$ در این عبارت نشان می‌دهد که تابع برای مقادیر $t<3$ صفر است. در واقع تابع $u(t-3)$ تغییر از صفر به یک در $t=3$ است، بنابراین حضور تابع پله‌ای، بقیه تابع را برای $t\geq 3$ تغییر نمی‌دهد.

$$C(t)=f(t-3)=u(t-3)\left[1-e^{-\frac{(t-3)}{4}}\right]\Rightarrow f(t)=u(t)\left[1-e^{-\frac{t}{4}}\right]$$

$$f(t)=u(t)-u(t)e^{-\frac{t}{4}}\Rightarrow L\left[f(t)\right]=F(s)=\frac{1}{s}-\frac{1}{s+\frac{1}{4}}=\frac{1}{s(4s+1)}$$

پس قضیه انتقال حقیقی را به کار می‌بریم.

$$C(s)=L\left[f(t-3)\right]=e^{-3s}F(s)\Rightarrow C(s)=\frac{e^{-3s}}{s(4s+1)}$$

۲ ـ گزینه «۱»

از طرفین معادله دیفرانسیل لاپلاس می‌گیریم: $L\left[\frac{d^2y(t)}{dt^2}\right]=s^2Y(s)-sy(0)-\left.\frac{dy(t)}{dt}\right|_{t=0}$

$$L\left[\frac{dy(t)}{dt}\right]=sY(s)-y(0)$$

با توجه به این‌که در صورت سوال ذکر شده «شرایط اولیه را در حالت پایا در نظر بگیرید» بنابراین $\left.\frac{dy(t)}{dt}\right|_{t=0}=0$ (یعنی y در لحظه $t=0$ با زمان تغییر نمی‌کند)

$$Y(s)=\frac{bX(s)+(a_2s+a_1)y(0)+a_2\left.\frac{dy(t)}{dt}\right|_{t=0}}{a_2s^2+a_1s+a_0}$$

تعریف تغییر انحراف: $\bar{y}=y(t)-y(0)\Rightarrow Y(s)=\left[\frac{b}{a_2s^2+a_1s+a_0}\right]X(s)$

ورودی: $x(t)=u(t)\Rightarrow X(s)=\frac{1}{s}\Rightarrow y(t)=L^{-1}\left[\frac{b}{a_2s^3+a_1s^2+a_0s}\right]$

$$y(t)=L^{-1}\left[\frac{2}{9s^2+10s+1}\frac{1}{s}\right]\Rightarrow \text{ریشه‌های معادله}:\begin{cases}r_1=-\frac{1}{9}\Rightarrow y(s)=\frac{2}{9(s+\frac{1}{9})(s+1)}\frac{1}{s}\\ r_2=-1\end{cases}$$

$$y(s)=\frac{A_۱}{s+\frac{۱}{۹}}+\frac{A_۲}{s+۱}+\frac{A_۳}{s} \Rightarrow \begin{cases} A_۱=-۲/۲۵ \\ A_۲=۰/۲۵ \\ A_۳=۲ \end{cases} \Rightarrow y(t)=-۲/۲۵e^{-\frac{t}{۹}}+۰/۲۵e^{-t}+۲u(t)$$

۳ ـ گزینه «۴»

$$f(t)=u(t)+(t-۱)u(t-۱)-(t-۲)u(t-۲)-u(t-۳)$$

$$L\left[f(t)\right]=\frac{۱}{s}+(-\frac{d}{ds}\frac{۱}{s})e^{-s}-(-\frac{d}{ds}\frac{۱}{s})e^{-۲s}-(\frac{۱}{s})e^{-۳s}$$

$$L\left[f(t)\right]=F(s)=\frac{۱}{s}+\frac{e^{-s}}{s^۲}-\frac{e^{-۲s}}{s^۲}-\frac{e^{-۳s}}{s}=\frac{۱-e^{-۳s}}{s}+\frac{e^{-s}-e^{-۲s}}{s^۲}$$

خواص مورد استفاده : $\begin{cases} L\left[f(t-t_۰)\right]=e^{-st_۰}F(s) \\ L\left[tf(t)\right]=-\frac{d}{ds}F(s) \end{cases}$

۴ ـ گزینه «۱»

$$L \Rightarrow L\left\{\int_۰^t y(\tau)\,dt\right\}=L\left\{\frac{dy(t)}{dt}\right\} \Rightarrow \frac{۱}{s}y(s)=sy(s)-y(۰)$$

$$\frac{۱}{s}y(s)=sy(s)-۱ \Rightarrow y(s)=\frac{s}{s^۲-۱} \Rightarrow y(t)=L^{-۱}\{y(s)\}=L^{-۱}\left\{\frac{s}{s^۲-۱}\right\}=\cosh(t)$$

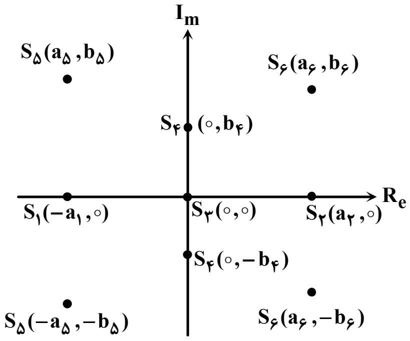
۵ ـ گزینه «۲»

$$X(s)=۱ \ , \ \ y(t)=te^{-t}$$

$$Y(s)=L\left[y(t)\right]=\frac{۱}{(s+۱)^{۲}} \Rightarrow G(s)=\frac{Y(s)}{X(s)}=\frac{۱}{(s+۱)^{۲}}$$

۶ ـ گزینه «۴»

نکات مهم: چگونه براساس دانستن موقعیت ریشه‌ها در صفحه مختصات موهومی می‌توانیم به طور کیفی رفتار پاسخ را پیش‌بینی کنیم.



تابع نمایی میرا با زمان $S_۱ : e^{-a_۱ t}$

تابع نمایی غیرمیرا با زمان $S_۲ : e^{a_۲ t}$

عدد ثابت ۱: $S_۳$

تابع نوسانی دایم $S_۴ : c_۱ \sin b_۴ t + c_۲ \cos b_۴ t$

تابع نوسانی کاهنده با زمان $S_۵ : e^{-a_۵ t}\left[c_۱ \sin b_۵ t + c_۲ \cos b_۵ t\right]$

تابع نوسانی با دامنه افزایش زمان $S_۶ : e^{a_۶ t}\left[c_۱ \sin b_۶ t + c_۲ \cos b_۶ t\right]$

۷ ـ گزینه «۱»

اگر به سیستم درجه اول $G(s)=\frac{1}{\tau s+1}$، ورودی پله‌ای با دامنه A اعمال شود، خروجی به صورت $y(t)=A(1-e^{-\frac{t}{a}})$ است. مشخص است که تابع مربوط به سیستم نشان داده شده در شکل به صورت روبرو است:

$$y(t)=2(1-e^{-\frac{(t-4)}{3}})\rightarrow t=4\rightarrow y(t)=0\rightarrow t=7\rightarrow y(t)=0/63\times 2=1/26$$

این تابع همان تابع خروجی سیستم درجه اول به ازای ورودی پله‌ای با دامنه ۲ است که به اندازه ۴ = t_0 به صورت افقی انتقال یافته است.

$$L\{f(t-t_0)\}=e^{-t_0 s}f(s)$$

$$\Rightarrow L\{2(1-e^{-\frac{(t-4)}{3}})\}=e^{-4s}(\frac{\frac{2}{s}}{3s+1})=y(s)$$

$$\Rightarrow G(s)=\frac{y(s)}{x(s)}\ ,\ x(s)=\frac{2}{s}\ \Rightarrow G(s)=\frac{e^{-4s}}{3s+1}$$

۸ ـ گزینه «۳»

$$y(s)=\frac{4}{s}\frac{6}{3s+2}\rightarrow y(t)=12(1-e^{-\frac{2}{3}t})$$

$$\lim_{t\to\infty} y(t)=12$$

۹ ـ گزینه «۴»

$$\lim_{t\to\infty} f(t)=\lim_{s\to 0} SF(s)=4=\lim_{s\to 0} S\frac{s^2+4}{s^3+3s^2+s}=\lim_{s\to 0} S\frac{s^2+4}{s(s^2+3s+1)}=\lim\frac{s^2+4}{s^2+3s+1}=4$$

قضیه مقدار نهایی : $\lim_{t\to\infty} f(t)=\lim_{S\to 0} SF(s)$

۱۰ ـ گزینه «۲»

$$\text{دامنه پاسخ} = \frac{A}{\sqrt{\tau^۲\omega^۲+۱}} = \frac{۲}{\sqrt{۱\times۱+۱}} = \frac{۲}{\sqrt{۲}} = \sqrt{۲}$$

$$\text{تأخیر فاز} = tg^{-۱}(-\omega\tau) = tg^{-۱}(-۱) = -\frac{\pi}{۴}$$

$$y(t) = \sqrt{۲}\sin(t-\frac{\pi}{۴})$$

$$x(t) = A\sin\omega t$$

$$\begin{cases} X(s) = \dfrac{A\omega}{s^۲+\omega^۲} \\ G(s) = \dfrac{k}{\tau s+۱} \text{ سیستم مرتبه اول} \end{cases} \Rightarrow Y(s) = \frac{k}{\tau s+۱}\frac{A\omega}{s^۲+\omega^۲} = \frac{A_۱}{s+\frac{۱}{\tau}} + \frac{A_۲}{s-i\omega} + \frac{A_۳}{s+i\omega}$$

$$\begin{cases} A_۱ = \lim\limits_{s\to-\frac{۱}{\tau}} (s+\frac{۱}{\tau})\dfrac{kA\omega}{(\tau s+۱)(s^۲+\omega^۲)} = \dfrac{kA\tau\omega}{۱+\omega^۲\tau^۲} \\ A_۲ = \lim\limits_{s\to i\omega} \dfrac{kA\omega}{(\tau s+۱)(s+i\omega)} = \dfrac{kA(-\tau\omega-i)}{۲(۱+\omega^۲\tau^۲)} \\ A_۳ = \lim\limits_{s\to -i\omega} \dfrac{kA\omega}{(\tau s+۱)(s-i\omega)} = \dfrac{kA(-\tau\omega+i)}{۲(۱+\omega^۲\tau^۲)} \end{cases}$$

$$Y(t) = \frac{kA\omega\tau}{۱+\omega^۲\tau^۲}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{kA}{\sqrt{۱+\omega^۲\tau^۲}}\sin(\omega\tau+\theta)$$

۱۱ـ گزینه «۲»

$$\text{خطسازی تابع یک متغیر: } f\left[x(t)\right] = f(\overline{x}) + \left.\frac{df}{dx}\right|_{\overline{x}}\left[x(t)-\overline{x}\right]$$

$$k\left[T(t)\right] = k(\overline{T}) + \left.\frac{dk}{dT}\right|_{\overline{T}}\left[T(t)-\overline{T}\right]$$

$$\left.\frac{dk}{dT}\right|_{\overline{T}} = \frac{d}{dT}\left[k_\circ e^{-\frac{E}{RT(t)}}\right]_{T=\overline{T}} = k_\circ e^{-\frac{E}{R\overline{T}}}\frac{E}{R\overline{T}^۲} = k(\overline{T})\frac{E}{R\overline{T}^۲}$$

$$\left.\frac{dk}{dT}\right|_{۲۲۷^\circ C} = ۱۰۰\frac{۲۲۰۰۰}{۲\times(۲۲۷+۲۷۳)^۲} = \frac{۲۲۰۰۰۰۰}{۲\times۲۵۰۰۰۰} = \frac{۲۲۰۰۰۰۰}{۵۰۰۰۰۰} = ۴/۴$$

$$\left.\frac{dk}{dT}\right|_{۲۲۷^\circ C} = ۴/۴\frac{s^{-۱}}{^\circ C} \Rightarrow \text{تقریب خطی تابع} \Rightarrow k\left[T(t)\right] = ۱۰۰+۴/۴\left[T(t)-\overline{T}\right]$$

$$k\left[T(t)\right] = ۱۰۰+۴/۴\left[T(t)-۲۲۷\right]$$

۱۲ ـ گزینه «۳»

با نوشتن بیلان برای تانکرهای اول و دوم :

$$\frac{Q_1(s)}{Q_i(s)}=\frac{1}{\tau_1 s+1}\ ,\ \frac{Q_2(s)}{Q_1(s)}=\frac{1}{\tau_2 s+1}\qquad \begin{matrix}\tau_1=R_1A_1\\ \tau_2=R_2A_2\end{matrix}\ \left.\right\}\ \frac{Q_2(s)}{Q_i(s)}=\frac{1}{\tau_1\tau_2 s^2+(\tau_1+\tau_2)s+1}\ ,\ Q_2(s)=\frac{H_2(s)}{R_2}$$

$$\Rightarrow \frac{H_2(s)}{Q_i(s)}=\frac{R_2}{(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)}$$

$$\Rightarrow \frac{H_2(s)}{H_1(s)}=\frac{\frac{R_2}{R_1}}{(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)}$$

۱۳ ـ گزینه «۱»

$$\frac{H(s)}{Q(s)}=\frac{R}{\tau s+1}$$

$$Q(t)=(14-4)\left[u(t)-u(t-0/2)\right]=10\left[u(t)-u(t-0/2)\right]$$

$$Q(s)=+\frac{10}{s}-\frac{10e^{-0/2s}}{s}\ \Rightarrow\ H(s)=\frac{10R}{s+1}\left(\frac{1}{s}-\frac{e^{-0/2s}}{s}\right)$$

۱۴ ـ گزینه «۲»

$$Q_i(t)-Q_1(t)=A_1\frac{dH_1}{dt}$$

$$Q_1(t)-Q_2(t)=A_2\frac{dH_2}{dt}$$

$$Q_1=\frac{H_1-H_2}{R_1}\ ,\ Q_2=\frac{H_2}{R_2}$$

$$Q_i(s)-\frac{H_1(s)-H_2(s)}{R_1}=A_1sH_1(s)$$

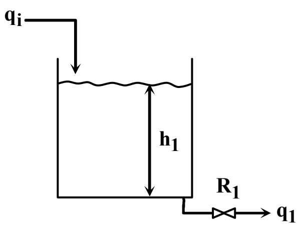
$$\frac{H_1(s)-H_2(s)}{R_1}-\frac{H_2(s)}{R_2}=A_2sH_2(s)$$

$$\frac{H_2(s)}{Q_i(s)}=\frac{R_2}{\tau_1\tau_2 s^2+(\tau_1+\tau_2+A_1R_2)s+1}$$

۱۵ ـ گزینه «۱»

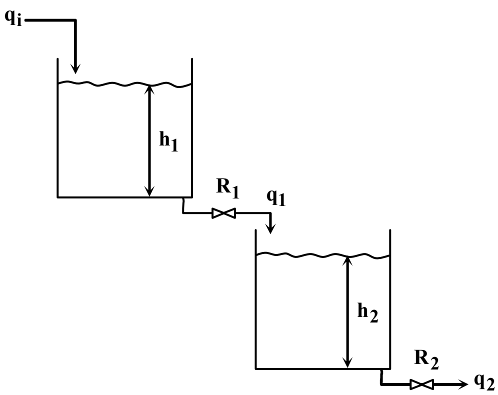
با تعریف متغیرهای انحرافی
$$Q_i(t) = q_i(t) - q_{i_{st}}$$
$$H_1(t) = h_1(t) - h_{1_{st}}$$
$$Q_1(t) = q_1(t) - q_{1_{st}}$$
منظور از اندیس st، حالت پایا است.

تابع انتقال یک سیستم درجه اول:



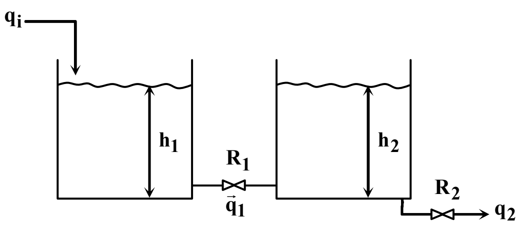
$$\frac{H_1(s)}{Q_i(s)} = \frac{R_1}{\tau_1 s + 1}$$

تابع انتقال یک سیستم درجه دوم متوالی غیرتداخلی:



$$\frac{H_2(s)}{Q_i(s)} = \frac{R_2}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$$

تابع انتقال یک سیستم درجه دوم متوالی تداخلی: (همان‌گونه که در پاسخ سؤال ۹۴ بدست آمد)



$$\frac{H_2(s)}{Q_i(s)} = \frac{R_2}{\tau_1\tau_2 s^2 + (\tau_1 + \tau_2 + A_1R_2)s + 1}$$

اگر معادله $\tau_1\tau_2 s^2 + (\tau_1 + \tau_2 + A_1R_2)s + 1$ را به صورت $(\tau_1' s + 1)(\tau_2' s + 1)$ بنویسیم τ_1' یا τ_2'، از هر دوی τ_1 و τ_2 بزرگتر بدست می‌آید (مفهوم این کار این است که سیستم درجه دوم تداخلی را با یک سیستم درجه دوم غیر تداخلی با ثوابت زمانی τ_1' و τ_2' معادل‌سازی کنیم).

توضیح: سیستم درجه اول از سیستم درجه n ($n \geq 2$) غیرتداخلی، سریع‌تر به ورودی پاسخ می‌دهد (با افزایش n، پاسخ سیستم درجه n نسبت به سیستم درجه اول کندتر می‌شود).

همان‌طور که در بالا مقایسه شد بین دو سیستم درجه n، که یکی تداخلی باشد و دیگری غیرتداخلی (در ساده‌ترین حالت $n = 2$) سیستم تداخلی کندتر از سیستم غیرتداخلی به ورودی پاسخ می‌دهد، چراکه اگر هر دو تابع انتقال سیستم تداخلی و غیرتداخلی را به توابع انتقال درجه اول تفکیک کنیم، داریم:

غیر تداخلی: $$\frac{H_2(s)}{Q_i(s)} = \frac{R_2}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} \Rightarrow \frac{H_2(s)}{Q_i(s)} = \frac{A}{\tau_1 s + 1} + \frac{B}{\tau_2 s + 1}$$

تداخلی: $$\frac{H_2(s)}{Q_i(s)} = \frac{R_2}{\tau_1\tau_2 s^2 + (\tau_1 + \tau_2 + A_1R_2)s + 1} = \frac{R_2}{(\tau_1' s + 1)(\tau_2' s + 1)} \Rightarrow \frac{H_2(s)}{Q_i(s)} = \frac{A'}{\tau_1' s + 1} + \frac{B'}{\tau_2' s + 1}$$

همان‌طور که در بالا گفته چون یکی از دو ثابت زمانی τ'_1 یا τ'_2، از هر دوی τ_1 و τ_2 بزرگتر خواهد بود، پس بخشی از سیستم درجه دوم غیرتداخلی با ثوابت زمانی τ'_1 و τ'_2، از هر دو بخش سیستم درجه دوم غیرتداخلی با ثوابت زمانی τ_1 و τ_2، کندتر عمل می‌کند پس پاسخ سیستم درجه دوم غیرتداخلی سریع‌تر از حالت تداخلی خواهد بود، بنابراین به طور خلاصه:

سیستم درجه دوم تداخلی > سیستم درجه دوم غیرتداخلی > سیستم درجه اول : سرعت پاسخ به ورودی

(البته واضح است که تمام توضیحات درباره مقایسه دو سیستم تداخلی و غیرتداخلی در صورتی صحیح خواهد بود، که دقیقاً همان دو سیستم درجه اولی که به صورت غیرتداخلی به صورت متوالی قرار گرفته‌اند، دقیقاً همان دو سیستم به صورت تداخلی قرار گیرند.)